

7. Angabezettel WS 2008/2009
135.044 Mathematische Methoden der Theoretischen
Physik—Übungen

40)

Bestimmen Sie die charakteristischen Exponenten der Differentialgleichung

$$(x+1)^2 y'' + 3(x^2-1)y' + 3y = 0 \quad .$$

Gehört die Differentialgleichung der Fuchs'schen Klasse an?

41)

Finden Sie *eine* Lösung der Differentialgleichung

$$w''(z) + \frac{3}{z}w'(z) + \left(1 + \frac{3}{4z^2}\right)w(z) = 0$$

um die Stelle $z = 0$ mit Hilfe des verallgemeinerten Potenzreihenansatzes. Gehört die Differentialgleichung der Fuchs'schen Klasse an?

42)

Entwickeln Sie die Funktion

$$f(x,t) = \sqrt{1 - 2xt + t^2}$$

mit Hilfe der erzeugenden Funktion der Legendre-Polynome in eine Legendre-Reihe mit von t abhängigen Entwicklungskoeffizienten. [Hinweis: für $l > 0$ gilt $P'_{l+1}(x) - P'_{l-1}(x) = (2l+1)P_l(x)$, weiters ist $P_0(x) = 1$ und $P_1(x) = x$.]

43)

Drücken Sie

$$z \lim_{a \rightarrow \infty} \Phi \left(a, \frac{3}{2}; \frac{z^2}{4a} \right)$$

als elementare Funktion aus.

44)

Bestimmen Sie $F(\frac{3}{2}, 1, \frac{1}{2}; x)$ für $x < 1$. [Hinweis: $\sum_{k=0}^{\infty} (a+kr)q^k = a/(1-q) + rq/(1-q)^2$.]

45)

Berechnen Sie, unter Verwendung von $\frac{d}{dx}F(a, b, c; x) = \frac{ab}{c}F(a+1, b+1, c+1; x)$,

(i) $\frac{d}{dx}[xF(1, 1, 2, -x)]$ für $|x| < 1$;

(ii) $xF(1, 1, 2, -x)$ durch Integration von (i) und Einsetzen eines bestimmten x -Wertes.

46)

Lösen Sie die homogene Laplacegleichung für das Innere einer Kugel vom Radius a unter der Randbedingung

$$u(a, \theta, \varphi) = A \sin^2 \theta \cos 2\varphi.$$

Hinweis $P_2^2(x) = 3(1-x^2)$ und $P_l^{-m}(x) = (-1)^m \frac{(l-m)!}{(l+m)!} P_l^m(x)$.

47)

Passen Sie die Lösung der homogenen Laplacegleichung für das Innere einer Kugel mit dem Radius a an die folgende Randbedingung an:

$$\underbrace{u(a, \theta, \varphi)} = \underbrace{\gamma \cos \theta} \quad .$$