SELBSTKRAFT IN DER ELEKTRODYNAMIK

Teilchenindex weggelassen

$$\vec{K}^{(s)}(t) = q\left[\vec{E}(\vec{r}(t),t) + \frac{\vec{v}(t)}{c}\times\vec{B}(\vec{r}(t),t)\right]$$

$\vec{E}(\vec{r},t)$, $\vec{B}(\vec{r},t)$ "geeignetes" Eigenfeld der Ladung q

Wählt man $\vec{E} = \vec{E}_{ret}$, $\vec{B} = \vec{B}_{ret}$, so folgt

wegen $\vec{E}_{ret}(\vec{r}(t),t) = \vec{\infty}$, $\vec{B}_{ret}(\vec{r}(t),t) = \vec{\infty}$

auch $\vec{K}^{(s)}(t) = \vec{\infty}$, $\forall t$.

Beachte: $t_{ret}(\vec{r}(t),t) = t \Rightarrow$

$$[R]_{ret}\Big|_{\vec{r}=\vec{r}(t)} = R(\vec{r}; t_{ret}(\vec{r},t))\Big|_{\vec{r}=\vec{r}(t)} = |\vec{r} - \vec{r}(t_{ret}(\vec{r},t))|\Big|_{\vec{r}=\vec{r}(t)}$$

$$= |\vec{r}(t) - \vec{r}(t)| = 0$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{POSTULAT: Abraham} \\ \vec{K}_a^{(s)}(t) \equiv \vec{K}_a^{(rad)}(t) = q_a\left[\vec{E}_{a-}(\vec{r}_a(t),t) + \frac{\vec{v}_a(t)}{c}\times\vec{B}_{a-}(\vec{r}_a(t),t)\right] \\ \text{mit} \quad \vec{E}_{a-}(\vec{r},t) := \frac{1}{2}\left[\vec{E}_{a,ret}(\vec{r},t) - \vec{E}_{a,av}(\vec{r},t)\right] \\ \qquad\;\; \vec{B}_{a-}(\vec{r},t) := \frac{1}{2}\left[\vec{B}_{a,ret}(\vec{r},t) - \vec{B}_{a,av}(\vec{r},t)\right] \end{array}}$$

$$\left.\begin{array}{l}\vec{E}_{a,ret},\ \vec{B}_{a,ret} \\ \vec{E}_{a,av},\ \vec{B}_{a,av}\end{array}\right\}\ \text{Eigenfelder der Ladung } q_a$$

Ausrechnung gibt für

$$\left(\mathcal{K}^{(\mathrm{rad})\mu}\right) = \gamma(v)\left(\frac{\vec{K}^{(\mathrm{rad})}\cdot\vec{v}}{c},\ \vec{K}^{(\mathrm{rad})}\right)$$

$$\mathcal{K}^{(\mathrm{rad})\mu} = \frac{2q^2}{3c^3}\left(\frac{d\beta^\mu}{d\tau} - \frac{\beta\cdot\beta}{c^2}v^\mu\right)$$

und daraus folgt (selbst rechnen!)

$$\vec{K}^{(\mathrm{rad})} = \frac{2q^2}{3c^3}\Big[5\gamma^6\frac{(\vec{v}\cdot\vec{b})^2}{c^4}\vec{v} + 2\gamma^4\frac{b^2}{c^2}\vec{v} + \gamma^4\frac{\vec{v}\cdot\dot{\vec{b}}}{c^2}\vec{v} + 3\gamma^4\frac{\vec{v}\cdot\vec{b}}{c^2}\vec{b} + \gamma^2\dot{\vec{b}}\Big]$$

Beachte: $\vec{K}^{(\mathrm{rad})}(t) = \vec{K}^{(\mathrm{rad})}\big(\vec{v}(t),\ \dot{\vec{v}}(t),\ \ddot{\vec{v}}(t)\big)$

$\dot{\vec{r}}(t)$ $\ddot{\vec{r}}(t)$ $\dddot{\vec{r}}(t)$

$$\Delta\tau = \frac{2q^2}{3mc^3}$$

e^-: $6\cdot 10^{-24}$ sec

Konsequenzen! (L–D–Gl.)

Evt. Behandlung als "Störung". WIE?

Jetzt sieht man:

$$\frac{dA_{\mathrm{rad}}(t)}{dt} = \vec{K}^{(\mathrm{rad})}(t)\cdot\vec{v}(t) \neq -\frac{dU_{\mathrm{rad}}(t)}{dt}$$

$\vec{K}^{(\mathrm{rad})}(t)$ im Grenzfall $|\vec{v}(t)| \ll c$:

$$\vec{K}^{(\mathrm{rad})}(t) \approx \frac{2q^2}{3c^3}\ddot{\vec{v}}(t)$$

Was ist im Fall $\dot{\vec{v}}(t) = \overrightarrow{\text{konst.}}$?

Beachte: In diesem Grenzfall gilt

$$\frac{dU_{\mathrm{rad}}(t)}{dt} \approx \frac{2q^2}{3c^3}\dot{\vec{v}}^2(t)$$

$$-\frac{dA_{\mathrm{rad}}(t)}{dt} \approx -\frac{2q^2}{3c^3}\ddot{\vec{v}}(t)\cdot\vec{v}(t)$$

$\dot{\vec{v}}^2(t) \neq -\ddot{\vec{v}}(t)\cdot\vec{v}(t)$

Aufgabe 12

ABRAHAM (1903), LORENTZ (1904): "Physikalische Punktladung":

starre kugelsymmetrische Ladungsverteilung mit Radius r_0

Selbstkraft im momentanen inertialen Ruhsystem ($\vec{v}(t) = \vec{0}$)

Lorentzkraftterm mit retardiertem Eigenfeld der Kugel vom Radius r_0:

$$\vec{K}^{(s)}(t) = \vec{K}_0^{(s)}(t) + \vec{K}_1^{(s)}(t) + \vec{K}_2^{(s)}(t) + \vec{K}_3^{(s)}(t) + \dots$$

PROBLEME!

$\vec{K}_0^{(s)}(t)$: $\sim \frac{1}{r_0}$, $\propto \dot{\vec{v}}(t)$

$\vec{K}_1^{(s)}(t)$: unabhängig von r_0, $\propto \ddot{\vec{v}}(t)$ $\to \vec{K}^{(rad)}(t)$

$\vec{K}_2^{(s)}(t)$: $\sim r_0$, $\propto \dddot{\vec{v}}(t)$ und nichtlinear in $\dot{\vec{v}}(t), \ddot{\vec{v}}(t)$

$\vec{K}_3^{(s)}(t)$: $\sim r_0^2$, $\propto \ddddot{\vec{v}}(t)$ und n.l. in $\dot{\vec{v}}(t), \ddot{\vec{v}}(t), \dddot{\vec{v}}(t)$

...

DIRAC (1938):

Lorentzkraftterm mit avanciertem Eigenfeld der Kugel vom Radius r_0:

$$\vec{K}^{(s)}(t) = \vec{K}_0^{(s)}(t) - \vec{K}_1^{(s)}(t) + \vec{K}_2^{(s)}(t) - \vec{K}_3^{(s)}(t) + - \dots$$

$\Rightarrow$ Lorentzkraftterm mit $\frac{1}{2}$(ret. EF − avanc. EF) der Kugel vom Radius r_0:

$$\vec{K}^{(s)}(t) = \underbrace{\vec{K}_1^{(s)}(t)}_{\vec{K}^{(rad)}(t)} + \vec{K}_3^{(s)}(t) + \dots$$

$$\xrightarrow[r_0 \downarrow 0]{} \vec{K}^{(rad)}(t)$$

($\vec{K}^{(rad)}(t)$ nur von q, aber von keiner Annahme über innere Struktur abhängig!)

Naheliegendes SELBSTKRAFTPOSTULAT : "Mathematische Punktladung"

$$\vec{K}^{(s)}(t) = \vec{K}^{(rad)}(t) = q\left[\vec{E}_-(\vec{r}(t),t) + \frac{\vec{v}(t)}{c} \times \vec{B}_-(\vec{r}(t),t)\right]$$

mit

$$\vec{E}_-(\vec{r},t) := \frac{1}{2}\left[\vec{E}_{ret}(\vec{r},t) - \vec{E}_{av}(\vec{r},t)\right]$$

$$\vec{B}_-(\vec{r},t) := \frac{1}{2}\left[\vec{B}_{ret}(\vec{r},t) - \vec{B}_{av}(\vec{r},t)\right]$$

$$\Downarrow$$

$\vec{K}^{(rad)}(t)$ relativistisch korrekt

Maxwell-Lorentz-Theorie als abgeschlossene Theorie ($N > 1$)

nur für Streuprobleme formulierbar!

asymptotisch kräftefreie, daher unbeschleunigte Ladungen mit "ihren" konvektiven Coulombfeldern: Existenzsatz, kein Eindeutigkeitssatz, keine exakten Lösungen, kein Konvergenzbeweis für Störungstheorie